

	 ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI" <i>Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R</i> <i>Liceo delle Scienze Umane VAPM027011</i> Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA) www.liceocrespi.it - Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lcrespi@tin.it C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D	 CertINT® 2011
---	---	---

Anno Scolastico 2011-2012 Classe 4[^]P – prof.ssa Silvana Castiglioni

Testo: Dodero-Baroncini-Manfredi Moduli di lineamenti di matematica Moduli: F, K, N
Ghisetti e Corvi

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
 - o 6: tutti gli esercizi
 - o 7 o 8: metà degli esercizi per ogni argomento
 - o 9 o 10: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2012-13
- Lettura consigliata: Denis Guedj La chioma di Berenice casa editrice:Tea

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
 - o rivedere la teoria sul testo
 - o eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
 - Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
 - Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: mercoledì 29 agosto**

GEOMETRIA ANALITICA

Circonferenza

Scrivere le equazioni delle circonferenze di centro C e raggio r.

- | | | | |
|----|--|-------------------|-------------------------------------|
| 1. | $C(-2; 0)$ | $r = 1$ | $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$ |
| 2. | $C(-1; 4)$ | $r = 3$ | $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 8 = 0$ |
| 3. | $C(0; \sqrt{2})$ | $r = \sqrt{2}$ | $x^2 + y^2 - 2\sqrt{2}y = 0$ |
| 4. | $C\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ | $r = \frac{1}{2}$ | $16x^2 + 16y^2 - 16x - 24y + 9 = 0$ |

Verificare se le equazioni date rappresentano circonferenze reali; in caso affermativo determinarne centro e raggio.

- | | | |
|----|----------------------|-------------------------|
| 5. | $x^2 + y^2 = 9$ | Sì; $C(0; 0)$; $r = 3$ |
| 6. | $x^2 + y^2 + 9 = 0$ | No |
| 7. | $x^2 + y^2 - 4x = 0$ | Sì, $C(2; 0)$; $r = 2$ |

14. Scrivere l'equazione della circonferenza avente centro in $(1; 3)$ e tangente alla retta di equazione: $4x - 5y + 1 = 0$

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = \frac{100}{41}$$

15. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per $A(1; 4)$ e $B(-2; 1)$ e avente il centro C sulla retta $3x - y + 4 = 0$.

$$x^2 + y^2 + x - 5y + 2 = 0$$

16. Scrivere l'equazione della circonferenza che ha per diametro il segmento di estremi $A(3; 4)$ e $B(9; 12)$.

$$x^2 + y^2 - 12x - 16y + 75 = 0$$

17. Determinare l'equazione della circonferenza di centro $C(2; 1)$ e tangente all'asse del segmento di estremi $A(-2; 0)$ e $B(1; 2)$. Determinare l'area del triangolo ABC .

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + \frac{35}{52} = 0; \text{ area} = \frac{5}{2}$$

Parabola

Determinare le equazioni delle parabole aventi il fuoco e la direttrice indicati.

32. $F(1; 2)$ $d: y = 3$ $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$

33. $F\left(0; \frac{5}{4}\right)$ $d: y = \frac{3}{4}$ $y = x^2 + 1$

34. $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$ $d: y = -\frac{1}{4}$ $y = x^2$

Dopo aver determinato le coordinate del fuoco F , del vertice V , le equazioni della direttrice e dell'asse di simmetria, disegnare le seguenti parabole.

35. $y = \frac{1}{2}x^2$ $F\left(0; \frac{1}{2}\right); V(0; 0); y = -\frac{1}{2}; x = 0$

36. $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ $F(0; 0); V(0; -1); y = -2; x = 0$

38. Determinare l'equazione della parabola con vertice $(2; -1)$ e direttrice $y = 3$.
 $(x-2)^2 = -16(y+1)$

39. Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ avente vertice in $(1; -1)$ e passante per $(2; 3)$.

$$(x-1)^2 = \frac{1}{4}(y+1)$$

40. Determinare l'equazione della parabola avente per asse di simmetria la retta $x = 1$ e passante per i punti $(0; 1)$ e $(-1; 4)$.

$$y = x^2 - 2x + 1$$

46. Determinare la misura della corda staccata dalla parabola $y = -x^2 + 5x - 6$ sulla retta $x + y + 1 = 0$. [4√2]
47. Determinare per quale valore di q la retta $y = -x + q$ è tangente alla parabola $y = x^2 - 3x + 1$ e calcolare le coordinate del punto di contatto. [0; (1; -1)]
48. Scrivere l'equazione della retta tangente alla parabola $x = -y^2 + 3y$ nel suo punto di ordinata 2. [x + y - 4 = 0]

GONIOMETRIA

Valori delle funzioni goniometriche, archi associati, formule goniometriche

Calcolare il valore delle seguenti espressioni.

1. $\sin \frac{\pi}{2} + 2 \sin \pi - 3 \sin \frac{3}{2}\pi - 2 \sin 0$ 4
2. $4 \sin 2\pi - \frac{3}{2} \sin \frac{\pi}{2} + \frac{5}{2} \sin \frac{5}{2}\pi - \frac{1}{2} \sin \pi$ 1
3. $5 \sin \frac{\pi}{2} - 4 \sin \frac{7}{2}\pi - 5 \sin 2\pi + \frac{1}{2} \sin 0$ 9
4. $2 \sin \frac{\pi}{4} - \sqrt{2} \sin \frac{3}{2}\pi - 4 \sin \frac{\pi}{3}$ $2(\sqrt{2} - \sqrt{3})$
8. $\sin \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{6}$ 0
9. $8 \cos \frac{\pi}{3} + 4 \sin \frac{\pi}{6} - \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}$ 6
10. $\sin 90^\circ - \cos 30^\circ + 2 \sin 60^\circ + \sin 180^\circ$ $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$
11. $\frac{3 \sin \frac{3}{2}\pi \left(\frac{4}{3} \sin \frac{\pi}{2} - 4 \sin \pi \right)}{5 \cos \frac{3}{2}\pi + 7 \cos \pi (1 - \cos \pi)}$ $\frac{2}{7}$
14. $\frac{\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} + \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}$ $\frac{3}{8}\sqrt{3}$
15. $\frac{2 \operatorname{tg} 45^\circ - \operatorname{tg} 360^\circ + \operatorname{ctg} 90^\circ}{2 \cos 30^\circ - \sin 90^\circ}$ $\sqrt{3} + 1$

Determinare i valori delle rimanenti funzioni goniometriche dell'arco α sapendo che:

16. $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; $\operatorname{ctg} \alpha = 2\sqrt{2}$
17. $\cos \alpha^\circ = -\frac{3}{5}$ $90^\circ < \alpha^\circ < 180^\circ$ $\sin \alpha^\circ = \frac{4}{5}$; $\operatorname{tg} \alpha^\circ = -\frac{4}{3}$; $\operatorname{ctg} \alpha^\circ = -\frac{3}{4}$

24. $\operatorname{tg} 30^\circ + \operatorname{ctg} 60^\circ - \operatorname{sen} 120^\circ + \cos(-30^\circ)$ $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
25. $\frac{\operatorname{sen} \frac{5}{6}\pi - \sqrt{3} \cos \frac{5}{6}\pi + \sqrt{3} \cos\left(-\frac{7}{6}\pi\right)}{7}$ $\frac{3}{2}$
29. $\frac{\operatorname{tg}^2 \frac{5}{3}\pi + \operatorname{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\operatorname{sen}^2\left(-\frac{2}{3}\pi\right) + \cos^2 \frac{4}{3}\pi}$ 6
30. $\frac{\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{7}{6}\pi\right)}{\operatorname{sen} \frac{\pi}{3} - \cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right)}$ -2

Sfruttando le relazioni tra gli archi associati, semplificare le seguenti espressioni, esprimendo il risultato per mezzo delle funzioni goniometriche dell'arco di misura α .

32. $2 \operatorname{sen}(\pi - \alpha) + \cos(\pi - \alpha) - \operatorname{sen} \alpha + 3 \cos \alpha$ $\operatorname{sen} \alpha + 2 \cos \alpha$
33. $2 \operatorname{sen}(180^\circ - \alpha^\circ) - \cos^2(180^\circ - \alpha^\circ) + 2$ $(\operatorname{sen} \alpha^\circ + 1)^2$
34. $[1 + \operatorname{tg}(\pi - \alpha)](1 + \operatorname{tg} \alpha) + \frac{\operatorname{sen}(\pi - \alpha) \cos(\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg} \alpha}$ $\cos^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha$
35. $\frac{\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha^\circ) - \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha^\circ)}{\operatorname{tg} \alpha^\circ - \operatorname{ctg} \alpha^\circ}$ 1
36. $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) \operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg}(\pi - \alpha) \operatorname{tg} \alpha$ 0
37. $\frac{1}{1 + \cos(\pi + \alpha)} + \frac{\cos(\pi + \alpha)}{1 - \cos^2(\pi + \alpha)}$ $\frac{1}{\operatorname{sen}^2 \alpha}$

48. In un triangolo due angoli hanno ampiezze α e β . Sapendo che:

$$\beta = \frac{\pi}{4} \quad \text{e} \quad \cos \alpha = -\frac{1}{5}$$

determinare le funzioni goniometriche del terzo angolo γ .

$$\operatorname{sen} \gamma = \frac{4\sqrt{3} - \sqrt{2}}{10}; \quad \cos \gamma = \frac{4\sqrt{3} + \sqrt{2}}{10}$$

Equazioni goniometriche

1. $\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x = 0$ $x = k\pi; x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$
2. $2 \operatorname{sen}^2 x - 1 = 0$ $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$
3. $2 \operatorname{sen}^2 x + \sqrt{3} \operatorname{sen} x = 0$ $x = k\pi; x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi; x = -\frac{2}{3}\pi + 2k\pi$
4. $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{tg} x = 0$ $x = k\pi; x = \frac{\pi}{4} + k\pi$
5. $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = \frac{4}{\sqrt{3}}$ $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

$$12. \quad 2 \cos^2\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) - 5 \cos\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) - 3 = 0$$

$$x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}; \quad x = -\frac{5}{24}\pi + k\frac{\pi}{2}$$

$$13. \quad \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 3 = 0$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi; \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$14. \quad \operatorname{tg}^4 x - 4 \operatorname{tg}^2 x + 3 = 0$$

$$x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}; \quad x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi$$

$$15. \quad 2 \sin x \cos x - \cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi; \quad x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \quad x = \frac{5}{6}\pi + 2k\pi$$

Disequazioni goniometriche

$$29. \quad \cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-\frac{\pi}{4} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{4} + 2k\pi$$

$$30. \quad \operatorname{tg} x > -\sqrt{3}$$

$$-\frac{\pi}{3} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$31. \quad 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 < 0$$

$$\frac{2}{3}\pi + 2k\pi < x < 2\pi + 2k\pi$$

$$32. \quad \operatorname{tg} 2x - 1 < 0$$

$$-\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}$$

$$35. \quad 2 \sin^2 x - \sin x - 1 < 0$$

$$-\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{7}{6}\pi + 2k\pi; \quad x \neq \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

$$36. \quad \operatorname{tg}^2 x - (1 + \sqrt{3}) \operatorname{tg} x + \sqrt{3} > 0$$

$$-\frac{\pi}{2} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi; \quad \frac{\pi}{3} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$37. \quad 2 \cos^2 x + \cos x - 1 > 0$$

$$-\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

TRIGONOMETRIA

Triangoli rettangoli

53. Determinare la misura del perimetro e l'area di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto misura 24 cm e il seno dell'angolo ad esso opposto è $\frac{12}{13}$ [60 cm e 120 cm²]

54. Il triangolo isoscele ABC ha la base AB di 70 cm e il seno dell'angolo alla base pari a $\frac{12}{13}$; determinare il perimetro del triangolo e la lunghezza dell'altezza CH relativa alla base. [252 cm e 84 cm]

55. Determinare il perimetro di un triangolo isoscele ABC di cui si conosce l'altezza AH, di 21 cm, relativa alla base BC e il cui angolo al vertice è di 120°. [$42(2 + \sqrt{3})$ cm]

56. Nel triangolo ABC, rettangolo in A, il cateto AB è di 24 cm e il seno dell'angolo ad esso opposto è $\frac{4}{5}$; determinare il perimetro del triangolo. [72 cm]

ESPONENZIALI

Equazioni esponenziali

1. $3^{x^2+x} = 1$; $2^{2-8x} = 4^{3x+1}$; $2^{x^3} = 256$. [0 e -1; 0; 2]
2. $\sqrt{2\sqrt{2}} = 4^{1-x}$; $\frac{1}{4\sqrt{2}} = \sqrt{8^x}$; $\left(\frac{1}{n}\right)^{2x+1} = 1$. [$\frac{5}{8}$; $-\frac{5}{3}$; $-\frac{1}{2}$]
3. $\sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} = 1$; $\sqrt[3]{5^x} = 25$; $4^{4x} = 2^{\frac{2}{x}}$. [$-\frac{1}{2}$; 6; $\pm\frac{1}{2}$]
4. $\frac{3^{1-x} \cdot 9^{2+x}}{27^x} = \frac{1}{3}$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} = \left(\frac{27}{8}\right)^{1-2x}$; $\sqrt{2\sqrt{4^x}} = 4$. [3; $\frac{4}{5}$; 3]
6. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 351$. (Si noti che $3^{x+2} = 3^x \cdot 3^2 \dots$); $4^{x-1} + 4^x + 4^{x+1} = \frac{21}{8}$. [3; $-\frac{1}{2}$]
7. $3^{2x} - 3^x - 6 = 0$. (Porre $3^x = y \dots$). [1]
8. $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$. (Si noti che $4^x = (2^2)^x = (2^x)^2 \dots$); $9^x + 6 \cdot 3^x - 27 = 0$. [1 e 2; 1]
9. $12\left(\frac{4}{9}\right)^x - 35\left(\frac{2}{3}\right)^x + 18 = 0$; $16\left(\frac{1}{4}\right)^x - 10\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1 = 0$. [-2 e 1; 1 e 3]
10. $\frac{3^{2-x} - 3^{1-x}}{9^{x+1} - 3^{2x+1}} = 27^{1+3x}$. (Porre $3^x = y \dots$). [$-\frac{1}{4}$]

Disequazioni esponenziali e logaritmiche

289. $2^{x^2-4} > 8$; $3^{x-5} < 27$ [$x < -\sqrt{7}$, $x > \sqrt{7}$; $x < 8$]
290. $2^{2x} - 8 \cdot 2^x > 0$ [$x > 3$]
291. $a^{2x} - a^x > 0$ (con $a > 1$) [$x > 0$]
292. $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 > 0$ [$x < 0$, $x > 2$]
293. $2^{2x} - 10 \cdot 2^x + 16 < 0$ [$1 < x < 3$]
294. $\frac{2^x - 1}{8 - 2^x} > 0$; $\frac{3^{x+1} - 3^{1-x}}{1 - 2^{x^2-1}} \geq 0$ [$0 < x < 3$; $0 \leq x < 1$]
295. $\frac{1}{2^x} - \frac{3}{4^x} < 0$ [$x < \log_2 3$]
296. $3^{2x} - 11 \cdot 3^x + 18 > 0$ [$x < \log_3 2$, $x > 2$]
297. $7^{x^2+4x} > 0$; $2^{x+7} + 4 > 0$ [ogni x ; ogni x]
298. $2^{x+4} > -1$; $3^{x^2+1} < -2$ [ogni x ; impossibile]